অধ্যায়-৪ বৃত্তাকার গতি

SOS অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

***** ১. কেন্দ্রমুখী বলের সংজ্ঞা দাও।**

বাকাশিবো- ২০০৮, ০৯, ১২, ১৩'পরি, ১৫, ১৮'পরি, ২০, ২৪, ২৪'পরি

উত্তর ঃ যখন কোন বস্তু বৃত্তাকার পথে ঘুরতে থাকে তখন, ঐ বৃত্তের কেন্দ্রের অভিমুখে যে লব্ধি বল ক্রিয়া করে বস্তুটিকে বৃত্তাকার পথে গতিশীল রাখে তাকে কেন্দ্রমুখী বল বলে।

***** ২. প্রজেক্টাইল বা প্রক্ষেপক বা প্রাস কাকে বলে?**

বাকাশিবো- ২০০৪, ০৫, ১২, ১২'পরি, ১৭, ১৮, ১৯'পরি, ২০

উত্তর ঃ কোন বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে তীর্যকভাবে কোন স্থানে নিক্ষেপ করা হলে তাকে প্রজেক্টাইল বা প্রক্ষেপক বা প্রাস বলে।

**** ৩. কৌণিক বেগের মাত্রা সমীকরণটি লেখ।**

বাকাশিবো- ২০১৮'পরি, ১৯'পরি, ২৪, ২৪'পরি

উত্তর ঃ কৌণিক বেগের মাত্রা হচ্ছে কোণ ÷ সময় এর মাত্রা

∴ কৌণিক বেগ = কোণ ÷ সময় = চাপ ÷ ব্যাসার্ধ × সময়

$$\therefore\ [\omega] = \left[\frac{L}{L\times T}\right] = [T^{-1}]$$

***** ৪. কৌণিক বেগের একক গুলো লেখ।**

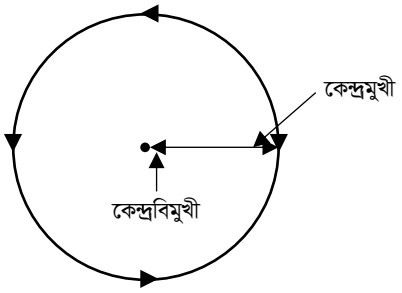
বাকাশিবো- ২০০৫, ০৯'পরি, ১৩, ১৬'পরি, ১৯

উত্তর ঃ কৌণিক বেগের একক গুলো হলো ঃ রেডিয়ান/সেকেন্ড (rad/sec), ডিগ্রী/সেকেন্ড (deg/sec), গ্র্যাডিয়ান/সেকেন্ড (g/sec).

***** ৫. কেন্দ্রবিমুখী বা কেন্দ্রাতিগ বা অপকেন্দ্রিক বল কাকে বলে?**

বাকাশিবো- ২০০৮, ০৯, ১২, ১৩, ১৫, ১৮, ২০

উত্তর ঃ যে বল বৃত্তের কেন্দ্রের উপর ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের বাইরে দিকে ক্রিয়া করে তাকে কেন্দ্রবিমুখী বা অপকেন্দ্রিক বল বলে।



**** ৬. এককসহ টর্ক এর সংজ্ঞা লেখ।**

বাকাশিবো- ২০১১, ১২'পরি, ১৫

উত্তর ঃ ঘূর্ণায়মান কোন কণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর এবং কণার উপর প্রযুক্ত বলের ভেক্টর গুণফলকে টর্ক বলে।

ইহার এস.আই একক ঃ নিউটন-মিটার (N-m)

*** ৭. প্রাসের গতিপথ কিরূপ?**

উত্তর ঃ প্রাসের গতিপথ হচ্ছে একটি অধিবৃত্ত বা parabola.

***** ৮. কৌণিক ত্বরণের মাত্রা লেখ।**

বাকাশিবো- ২০০৮, ০৯, ১২, ১৩'পরি, ১৫'পরি, ১৮'পরি, ২০

উত্তর ঃ কৌণিক ত্বরণ = কৌণিক বেগ ÷ সময়

= কোণ ÷ (সময়×সময়)

= চাপ ÷ (ব্যাসার্ধ×সময়^{২})

$= \frac{L}{L \times T^2}$

$\therefore \alpha = [\frac{1}{T^2}]$ বা $[T^{-2}]$

৯। প্রাস কী? অথবা, প্রক্ষেপক কাকে বলে? বাকাশিবো- ২০২২, ২২'পরি, ২৫

উত্তর ঃ যে বস্তু নিক্ষেপের পর কেবল মাধ্যাকর্ষণ বলের প্রভাবে চলে, তাকে প্রাস বা প্রক্ষেপক বলে।

SOS সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

***** ১. রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের মাঝে সম্পর্ক স্থাপন কর। অথবা, $v = \omega r$ প্রমাণ কর।** বাকাশিবো- ২০০২,০৪, ০৮,০৯, ১২'পরি, ১৩'পরি, ১৪, ১৫, ১৬, ১৭, ১৭'পরি, ১৮'পরি, ২০, ২০'পরি, ২৩, ২৩'পরি

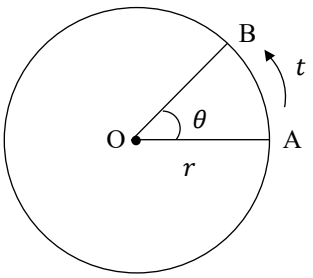
উত্তর ঃ মনে করি, একটি বস্তু কণা r ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তের পরিধি বরাবর ω সমকৌণিক বেগে ঘুরছে। যদি T সেকেন্ডে কণাটি বৃত্তের পরিধি একবার ঘুরে আসে, তবে কৌণিক বেগ

$$\omega = \frac{\text{কৌণিক দূরত্ব}}{\text{সময়}} = \frac{2\pi}{T}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(i)}$$

এখন, যদি বৃত্তাকার পথে না ঘুরে কণাটি v বেগে একই সময়ে সরলরেখার বৃত্তের পরিধির সমান পথ T সময়ে অতিক্রম করে,

$$\text{তবে, } v = \frac{\text{রৈখিক দূরত্ব}}{\text{সময়}} = \frac{\text{পরিধি}}{\text{সময়}}$$



$$\Rightarrow v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(ii)}$$

$$\therefore \text{(i) ও (ii) হতে, } \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\omega} = \frac{r}{v}$$

$$\Rightarrow v = \omega r$$

অর্থাৎ, রৈখিক বেগ = কৌণিক বেগ × ব্যাসার্ধ (**প্রমাণিত**)

*** ২. ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র বিবৃত কর।**

উত্তর ঃ বিবৃতি ঃ কোন কণার ওপর প্রযুক্ত নীট টর্ক শূন্য হলে কণাটির কৌণিক ভরবেগ সংরক্ষিত থাকে।

আমরা জানি, $L = I\omega$

ধরি, কণার জড়তার ভ্রামক = I

কৌণিক বেগ = ω

কৌণিক ভরবেগ = L

কৌণিক ত্বরণ = α

প্রযুক্ত টর্ক = τ

একে সময়ের সাপেক্ষে অন্তরীকরণ করে পাই,

$$\frac{dL}{dt} = \frac{d}{dt}(I\omega)$$

$$\Rightarrow \frac{dL}{dt} = I\frac{d}{dt}(\omega)$$

$$\Rightarrow \frac{dL}{dt} = I\alpha \qquad \left[\frac{d\omega}{dt} = \alpha\right]$$

$$\Rightarrow L = I\alpha \qquad \left[\frac{dL}{dt} = L\right]$$

যদি L = 0 হয়,

$$0 = \frac{dL}{dt}$$

$\Rightarrow$ dL = ধ্রুবক = L

সুতরাং, প্রযুক্ত টর্ক শূন্য হলে কৌণিক ভরবেগ ধ্রুবক থাকে, অর্থাৎ সংরক্ষিত হয়। এটাই কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষিত সূত্র।

*** ৩. কৌণিক বেগ ও রৈখিক বেগের পার্থক্য গুলো লেখ।

বাকাশিবো- ২০০৮, ১৮'পরি, ২১'পরি, ২২, ২২'পরি, ২৫

উত্তর ঃ কৌণিক বেগ ও রৈখিক বেগের মধ্যে পার্থক্য নিম্নে তুলে ধরা হলো-

কৌণিক বেগ	রৈখিক বেগ
i. কৌণিক পথে একটি বস্তুর কৌণিক সরণ এর হারকে কৌণিক বেগ বলে।	i. নির্দিষ্ট দিকে রৈখিক পথে কোন একটি বস্তুর স্থান পরিবর্তনের হারকে রৈখিক বেগ বলে।
ii. একক সময়ে অতিক্রান্ত কৌণিক দূরত্ব দ্বারা কৌণিক বেগ পরিমাপ করা হয়।	ii. একক সময়ে অতিক্রান্ত রৈখিক দূরত্ব দ্বারা রৈখিক বেগ পরিমাপ করা হয়।
iii. ইহাকে ω দ্বারা প্রকাশ করা হয়।	iii. ইহাকে v দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
iv. ইহার সমীকরণ [$\omega = \frac{\theta}{t}$]	iv. ইহার সমীকরণ [$v = \frac{s}{t}$]
v. **একক** ঃ রেডিয়ান/সে., ডিগ্রি/সে. এবং গ্রেডিয়ান/সে.।	v. **একক** ঃ ফুট/সে, সেমি/সে, এবং মিটার/সে
vi. রৈখিক বেগকে ব্যাসার্ধ দ্বারা ভাগ করলে কৌণিক বেগ পাওয়া যায়, $\omega = \frac{v}{r}$	vi. কৌণিক বেগকে ব্যাসার্ধ দ্বারা গুণ করলে কৌণিক বেগ পাওয়া যায়, $v = \omega r$
vii. সমকৌণিক বেগে চললেও তার রৈখিক ত্বরণ থাকে।	vii. বস্তু সমরৈখিক বেগে চললে তার রৈখিক ত্বরণ থাকে না।
viii. ঘূর্ণায়মান কোন বস্তুর বিভিন্ন কণার কৌণিক বেগ সর্বদা একই থাকে।	viii. আবর্তনরত কোন একটি বস্তুর বিভিন্ন কণার রৈখিক বেগ বিভিন্ন হয়।

**** ৪. প্রমাণ কর যে, দৈর্ঘ্য = ব্যাসার্ধ × কৌণিক দূরত্ব (রেডিয়ানে)**

বাকাশিবো- ২০০৭, ১২

উত্তর ঃ মনে করি একটি বস্তুকণা বৃত্তাকার পথে t সময়ে A অবস্থান হতে B অবস্থানে পৌঁছে। বস্তুকণার বৃত্তের পরিধি বরাবর অতিক্রান্ত দূরত্ব AB = S রৈখিক দূরত্ব এবং বৃত্তের কেন্দ্রে θ পরিমাণ কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করছে। ধরি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ r, বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান বৃত্তচাপ কেন্দ্রে যে পরিমাণ কোণ তৈরি করে তাকে এক রেডিয়ান বলে।

∴ উৎপন্ন কোণ = বৃত্তচাপ ÷ ব্যাসার্ধ

$$\Rightarrow \theta = \frac{s}{r}$$

$$\Rightarrow s = r \times \theta$$

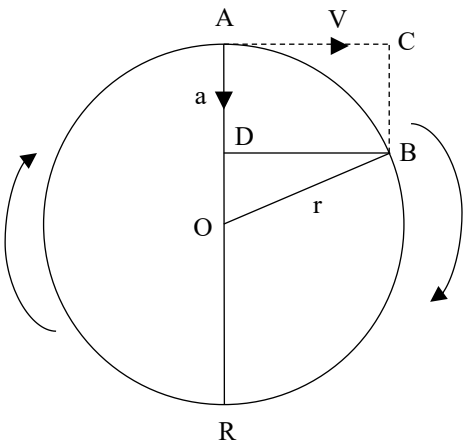
অর্থাৎ দৈর্ঘ্য = ব্যাসার্ধ × কৌণিক দূরত্ব (রেডিয়ানে প্রমাণিত)

SOS রচনামূলক প্রশ্নোত্তর ঃ

***** ১. কেন্দ্রমুখী বলের রাশিমালা প্রতিপাদন কর।** বাকাশিবো- ২০০৫, ০৮, ১৩, ১৩'পরি, ১৬, ১৬'পরি, ১৯, ১৯'পরি, ২৩, ২৩'পরি, ২৫

অথবা, দেখাও যে কেন্দ্রমুখী বল, $F = m\frac{v^2}{r}$ (এখানে চিহ্নগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে)

উত্তর ঃ মনে করি, m ভর বিশিষ্ট একটি বস্তু কণা O বিন্দুকে কেন্দ্র করে r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্তাকার পথ ABRA-এ v সমবেগে ঘুরতে ঘুরতেই A বিন্দুতে পৌঁছালো। যদি বস্তুকণার উপর কেন্দ্রমুখী বল না থাকত তবে A থেকে C এর দিকে অগ্রসর হত।



ধরি, t সময়ে A থেকে C এর দূরত্ব,

AC = বেগ × সময়

= v × t ..... (i)

কিন্তু, যেহেতু বস্তুকণার উপরে কেন্দ্রমুখী বল ক্রিয়া করেছে। বস্তু A থেকে C তে না গিয়ে, A থেকে C বিন্দুতে এসে AOR ব্যাসের CB সমান্তরাল এর সমান দূরত্ব অতিক্রম করে তা গণ্য করা যায়।

কাজেই A হতে অতি অল্প t সময়ে B তে যাওয়ার অর্থ উক্ত সময়ে বেগের জন্য AC দূরত্ব ও ত্বরণের জন্য C হতে AC এর সমকোণে CB এর সমান দূরত্ব অতিক্রম করে।

$\therefore CB = ut + \frac{1}{2}at^2$

$= 0 + \frac{1}{2}at^2 \quad [u = 0]$

$= \frac{1}{2}at^2$ ..... (ii)

ACBD একটি আয়তক্ষেত্র কারণ AC||BD এবং CB||AD এবং কোণগুলো সমকোণ অর্থাৎ, 90°

$\therefore$ ΔOBD সমকোণী ত্রিভুজ,

$\left(\begin{array}{l} \therefore BD = AC = vt \\ \therefore AD = CB = \frac{1}{2}at^2 \\ \therefore OB = OA = r \end{array}\right)$

$OB^2 = BD^2 + OD^2$

$\Rightarrow OB^2 = BD^2 + (AO - AD)^2$

$\Rightarrow OB^2 = BD^2 + AO^2 - 2.AO.AD + AD^2$

$\Rightarrow r^2 = (vt)^2 + r^2 - 2.r.\frac{1}{2}.a.t^2 + (\frac{1}{2}at^2)^2$

$\Rightarrow r^2 - r^2 = v^2t^2 - r.a.t^2 + \frac{1}{4}a^2t^4$

$\Longrightarrow 0 = t^2(v^2 - ra + \frac{1}{4}a^2t^2)$

$\Rightarrow v^2 - ra + \frac{1}{4}a^2t^2 = \frac{0}{t^2}$

$\Longrightarrow v^2 - ra + \frac{1}{4}a^2t^2 = 0$

$\Longrightarrow v^2 - ra + \frac{1}{4}a^2.0 = 0$ [$\therefore t$ অতি ক্ষুদ্র তাই $t = 0$ ধরে]

$\Longrightarrow a = \frac{v^2}{r}$ = কেন্দ্রমুখী ত্বরণ

∴ কেন্দ্রমুখী বল= ভর ×কেন্দ্রমুখী ত্বরণ

$\Longrightarrow F = m \times a$

$= m \times \frac{v^2}{r}$

$\therefore F = m\frac{v^2}{r}$ **(Proved)**

প্রিয় শিক্ষার্থী, তোমার প্রশ্নে যদি-

১. $a = \frac{v^2}{r}$ প্রমাণ বলে

২. $a = \frac{(\omega r)^2}{r} = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r$ প্রমাণ বলে

৩. $F = m\frac{v^2}{r}$ প্রমাণ বলে

৪. $F = m\frac{v^2}{r} = m\frac{(\omega r)^2}{r} = m\frac{\omega^2 r^2}{r} = m\omega^2 r$ প্রমাণ করতে বলে

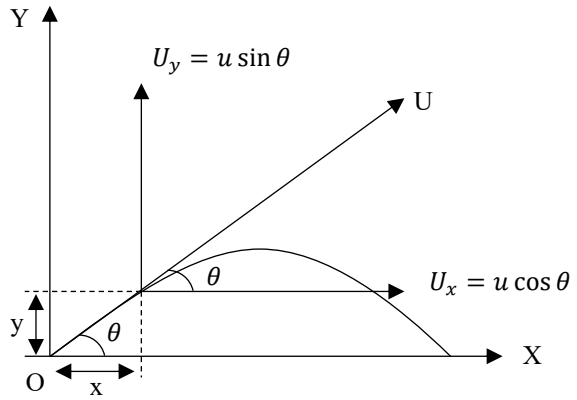
[* তাহলে উপরোক্ত প্রমাণটি পড়লেই হবে। প্রমাণে যে পর্যন্ত চাইবে সে পর্যন্ত করলেই হবে।]

***** ২. দেখাও যে প্রাসের গতিপথ অধিবৃত্তাকার।**

বাকাশিবো- ২০১১, ১৩, ১৪,১৫, ১৬, ১৭, ,২০, ২০'পরি, ২১'পরি, ২৩, ২৩'পরি , ২৪, ২৪'পরি

উত্তর ঃ মনে করি, একটি বস্তু কণাকে O বিন্দু হতে U আদিবেগে অনুভূমিকের সাথে θ কোণে তির্যকভাবে নিক্ষেপ করা হল।

ধরি, গতিপথের একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে,



আদিবেগ = u

সময় = t

অভিকর্ষজ ত্বরণ = g

উৎপন্ন কোণ = θ

শেষবেগ = v

এখন, অনুভূমিক দূরত্ব,

$$x = U_x t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$\Rightarrow x = ucos\theta \times t + \frac{1}{2} \times 0 \times t^2$$

$$\Rightarrow x = ucos\theta \times t$$

$$\Rightarrow t = \frac{x}{ucos\theta} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(i)$$

আবার উল্লম্ব দূরত্ব,

$$y = U_x t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$= usin\theta \times \frac{x}{ucos\theta} - \frac{1}{2} \times g \times \left(\frac{x}{ucos\theta}\right)^2$$

$$= x\ \frac{sin\theta}{cos\theta} - \frac{1}{2} \times g \times \frac{x^2}{u^2 \cos^2 \theta}$$

$$= xtan\theta - g \times \frac{x^2}{2u^2 \cos^2 \theta}$$

[u, θ, g ধ্রুবক হলে tanθ এবং $\frac{x^2}{2u^2 \cos^2 \theta}$ ধ্রুবক হবে]

ধরি, tanθ = b এবং $\frac{g}{2u^2 \cos^2 \theta} = c$ হয়

$\Rightarrow\ y = x \times b - c \times x^2$

$\Rightarrow\ y = bx - cx^2$ যা একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ।

অতএব, প্রাসের গতিপথ হচ্ছে একটি অধিবৃত্ত বা প্যারাবোলা।

(দেখানো হলো)